

UNIT – I (12 hrs) : The Plane :

Equation of plane in terms of its intercepts on the axis, Equations of the plane through the given points, Length of the perpendicular from a given point to a given plane, Bisectors of angles between two planes, Combined equation of two planes, Orthogonal projection on a plane.

UNIT – II (12 hrs) : The Line :

Equation of a line; Angle between a line and a plane; The condition that a given line may lie in a given plane; The condition that two given lines are coplanar; Number of arbitrary constants in the equations of straight line; Sets of conditions which determine a line; The shortest distance between two lines; The length and equations of the line of shortest distance between two straight lines; Length of the perpendicular from a given point to a given line;

UNIT – III (12 hrs) : Sphere :

Definition and equation of the sphere; Equation of the sphere through four given points; Plane sections of a sphere; Intersection of two spheres; Equation of a circle; Sphere through a given circle; Intersection of a sphere and a line; Power of a point; Tangent plane; Plane of contact; Polar plane; Pole of a Plane; Conjugate points; Conjugate planes;

UNIT – IV (12 hrs) : Sphere & Cones :

Angle of intersection of two spheres; Conditions for two spheres to be orthogonal; Radical plane; Coaxial system of spheres; Simplified form of the equation of two spheres.

Definitions of a cone; vertex; guiding curve; generators; Equation of the cone with a given vertex and guiding curve; Enveloping cone of a sphere; Equations of cones with vertex at origin are homogenous; Condition that the general equation of the second degree should represent a cone; Condition that a cone may have three mutually perpendicular generators;

UNIT – V (12 hrs) Cones & Cylinders :

Intersection of a line and a quadric cone; Tangent lines and tangent plane at a point; Condition that a plane may touch a cone; Reciprocal cones; Intersection of two cones with a common vertex; Right circular cone; Equation of the right circular cone with a given vertex; axis and semi-vertical angle.)

Definition of a cylinder; Equation to the cylinder whose generators intersect a given conic and are parallel to a given line; Enveloping cylinder of a sphere; The right circular cylinder; Equation of the right circular cylinder with a given axis and radius.

Reference Books :

1. Analytical Solid Geometry by Shanti Narayan and P.K. Mittal, Published by S. Chand & Company Ltd. 7th Edition.
2. A text book of Mathematics for BA/B.Sc Vol 1, by V Krishna Murthy & Others, Published by S. Chand & Company, New Delhi.
3. A text Book of Analytical Geometry of Three Dimensions, by P.K. Jain and Khaleel Ahmed, Published by Wiley Eastern Ltd., 1999.
4. Co-ordinate Geometry of two and three dimensions by P. Balasubrahmanyam, K.Y. Subrahmanyam, G.R. Venkataraman published by Tata-MC Gran-Hill Publishers Company Ltd., New Delhi.

Suggested Activities:

Seminar/ Quiz/ Assignments/ Project on Application of Solid Geometry in Engineering

MATHEMATICS MODEL PAPER
SECOND SEMESTER – SOLID GEOMETRY
COMMON FOR B.A & B.Sc
(w.e.f. 2016-17 admitted batch)

Time: 3 Hours

Maximum Marks: 75

SECTION-A

Answer any FIVE questions. Each question carries FIVE marks.

5 x 5 = 25 Marks

1. Find the equation of the plane through (4, 4, 0) and perpendicular to the planes $x + 2y + 2z = 5$ and $3x + 3y + 2z - 8 = 0$.
2. Find the image of a point (2, -1, 3) in the plane $3x - 2y + z = 9$.
3. Find the equation of the plane through the origin and containing the line $x - 3y + 2z + 3 = 0 = 3x - y + 2z - 5$.
4. Find the length of the perpendicular from the point (1, 2, 3) to the line through the point (6, 7, 7) whose direction ratios are 3, 2, -2.
5. Find the equation to the sphere through O = (0, 0, 0) and making intercepts a, b, c on the axes.
6. Find the polar line of $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ w.r.t. the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.
7. Find the equation to the cone which passes through the three coordinate axes as well as the three lines $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ and $\frac{x}{8} = \frac{y}{-11} = \frac{z}{5}$.
8. Find the enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ with its vertex at (1, 1, 1).

SECTION-B

Answer the all FIVE questions. Each carries TEN marks.

5 x 10 = 50 Marks

- 9(a). A variable plane is at a constant distance 'p' from the origin and meets the coordinate axes in A, B, C. Show that the locus of the centroid of the tetrahedron OABC is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16p^{-2}$.
Or
- 9(b). Find the bisecting plane of the acute angle between the planes $3x - 2y + 6z = 0$, $-2x + y - 2z - 2 = 0$.
- 10(a). Find the S.D. between the lines $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$, $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$. Find also the equations and the points in which the S.D. meets the given lines.
Or
- 10(b). Prove that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$, $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ are coplanar. Also find their point of intersection.
- 11(a). Find the equations of the spheres passing through the circle $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ and is intersected by the plane $x + 2y + 2z = 0$ in a circle of radius 3.
Or
- 11(b). Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 50 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 18z + 82 = 0$ touch externally at the point $(\frac{45}{13}, \frac{2}{13}, \frac{-57}{13})$.
- 12(a). Find the limiting points of the coaxial system defined by spheres $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + 6 = 0$ and $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 6 = 0$.
Or
- 12(b). Find the equation of the lines of intersection of the plane $2x + y - z = 0$ and the cone $4x^2 - y^2 + 3z^2 = 0$.
- 13(a). Find the equation to the right circular cone whose vertex is P(2, -3, 5), axis PQ which makes equal angles with the axis and which passes through A(1, -2, 3).
Or
- 13(b). Find the equations of the tangent planes to the cone $9x^2 - 4y^2 + 16z^2 = 0$ which contains the line $\frac{x}{32} = \frac{y}{72} = \frac{z}{27}$.

[CB-BA228/CB-BS232]

AT THE END OF B.A. & B.SC. SECOND SEMESTER
DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - II - SOLID GEOMETRY

(COMMON FOR B.A, B.Sc)

(W.e.f. Admitted Batch 2015-2016)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section - A

Answer any **five** of the following questions. Each question carries five marks. $(5 \times 5 = 25)$

ఏదైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు ఐదు మార్కులు.

1. A plane meets the coordinate axes in A, B, C. If the centroid of ΔABC is (a, b, c) . Show that the equation to the plane is $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3$.

ఒక తలము నిరూపకాక్షాలను A, B, C ల వద్ద తాకుచున్నది. ΔABC యొక్క కేంద్రభాసము (a, b, c) అయితే తలము సమీకరణము

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3 \text{ అన్ని చూపుము.}$$

2. Find the equation of the line through the point $(1, 2, 4)$ and parallel to the line $3x + 2y - z = 4, x - 2y - 2z = 5$.

$(1, 2, 4)$ బిందువు గుండా పోతూ $3x + 2y - z = 4, x - 2y - 2z = 5$ రేఖకు సమాంతరంగా వున్న రేఖ సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

3. Find the equations of the straight line passing through the point $(1, 0, -1)$ and intersecting the lines $4x - y - 13 = 0 = 3y - 4z - 1; y - 2z + 2 = 0 = x - 5$.

$(1, 0, -1)$ బిందువు గుండా పోతూ $4x - y - 13 = 0 = 3y - 4z - 1; y - 2z + 2 = 0 = x - 5$ రేఖలను ఖండించే రేఖ సమీకరణము కనుక్కోండి.

4. Show that the four points $(-8, 5, 2), (-5, 2, 2), (-7, 6, 6), (-4, 3, 6)$ are concyclic.

$(-8, 5, 2), (-5, 2, 2), (-7, 6, 6), (-4, 3, 6)$ అనే నాలుగు బిందువులు చక్రీయాలు అని చూపండి.

5. Show that the plane $2x - 2y + z + 12 = 0$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ and find the point of contact.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ అనే గోళాన్ని $2x - 2y + z + 12 = 0$ తలము స్పృశిస్తుంది అని చూపి మరియు దాని స్పృశ్యబిందువు కనుక్కోండి.

6. Find the enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ with its vertex at $(1, 1, 1)$.

శీర్షము $(1, 1, 1)$ గా వుండి $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ అనే గోళమునకు స్పర్శశంఖువు యొక్క సమీకరణం కనుక్కోండి.

7. Find the equation of the lines of intersection of the plane $2x + y - z = 0$ and the cone $4x^2 - y^2 + 3z^2 = 0$.

$2x + y - z = 0$ తలము $4x^2 - y^2 + 3z^2 = 0$ శంఖువును ఖండించే రేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

8. Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and which passes through the curve $x^2 + y^2 = 16; z = 0$.

ఒక స్థూపకము యొక్క జనకరేఖలు $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ అను రేఖకు సమాంతరంగా వుండి $x^2 + y^2 = 16; z = 0$ అను భూవక్రము గుండా పోతే దాని సమీకరణమేది?

Section - B

Answer the following questions. Each question carries ten marks. $(5 \times 10 = 50)$

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు

9. a) A variable plane is at a constant distance ' P ' from the origin and meets the axes in A, B, C. Show that the locus of the centroid of the tetrahedron OABC is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16p^{-2}$.

ఒక చరతలము మూలబిందువు నుండి ఎల్లప్పుడు P దూరంలో ఉండి నిరూపకాలను A, B, C ల వద్ద ఖండించుచున్నది. OABC చతుర్భుజి కేంద్రాభాసము యొక్క బిందుపథము $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16p^{-2}$ అని చూపుము.

(OR/లేదా)

- b) Find the equation of the plane passing through the intersection of the planes $x + 2y + 3z = 4$; $2x + y - z + 5 = 0$ and perpendicular to the plane $6z + 5x + 3y + 8 = 0$.

$x + 2y + 3z = 4$; $2x + y - z + 5 = 0$ తలాలచ్చేదన రేఖ గుండా పోతూ $6z + 5x + 3y + 8 = 0$ అనే తలానికి లంబంగా వున్న తలం సమీకరణము కనుక్కోండి.

10. a) A variable plane makes intercepts on the axes, the sum of whose squares is K^2 (a constant). Show that the locus of the foot of the perpendicular from origin to the plane is $(x^2 + y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2)^2 = K^2$.

ఒక చరతలము నిరూపకాక్షాలపై చేయు అంతర్ఖండముల వర్గముల మొత్తము K^2 (ఒక స్థిరసంఖ్య). మూల బిందువు నుంచి ఆ తలమునకు గీచిన లంబ పాదము బిందుపథము $(x^2 + y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2)^2 = K^2$ అని చూపండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the equations of the line intersecting the lines $2x + y - 1 = 0 = x - 2y + 3z$; $3x - y + z + 2 = 0 = 4x + 5y - 2z - 3$ and is parallel to the line $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

$2x + y - 1 = 0 = x - 2y + 3z$; $3x - y + z + 2 = 0 = 4x + 5y - 2z - 3$ రేఖలను ఛేదిస్తూ $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$

రేఖకు సమాంతరంగా ఉన్న రేఖ సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

11. a) Show that the two circles $x^2 + y^2 + z^2 - y + 2z = 0$; $x - y + z = 2$ and $x^2 + y^2 + z^2 + x - 3y + z - 5 = 0$; $2x - y + 4z - 1 = 0$ lie on the same sphere and find its equation.

$x^2 + y^2 + z^2 - y + 2z = 0$; $x - y + z = 2$ మరియు $x^2 + y^2 + z^2 + x - 3y + z - 5 = 0$; $2x - y + 4z - 1 = 0$ అను రెండు వృత్తాలు ఒకే గోళముపై ఉంటాయని చూపి దాని సమీకరణము కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 50 = 0$; $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 18z + 82 = 0$ touch externally at the point $\left(\frac{45}{13}, \frac{2}{13}, \frac{-57}{13}\right)$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 50 = 0$; $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 18z + 82 = 0$ గోళాలు $\left(\frac{45}{13}, \frac{2}{13}, \frac{-57}{13}\right)$ బిందువు వద్ద బాహ్యంగా స్పృశించుకుంటాయి అని చూపండి.

12. a) Find the angle between the lines of intersection of the plane $x - 3y + z = 0$ and the cone $x^2 - 5y^2 + z^2 = 0$.

$x^2 - 5y^2 + z^2 = 0$ అను శంఖువు మరియు $x - 3y + z = 0$ అను తలము ఖండన రేఖాయుగ్మము మధ్య కోణము కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) If $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ is one of the three mutually perpendicular generators of the cone $3yz - 2zx - 2xy = 0$, find the other two.

$3yz - 2zx - 2xy = 0$ అను శంఖువునకు గల మూడు పరస్పర

లంబంగా వుండే జనక రేఖలలో ఒకటి $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ అయితే

మిగిలా వాటి సమీకరణాలేవి?

3. a) Find the equation to the right circular cylinder, whose axis is $x = 2y = -z$ and having the radius 4.

$x = 2y = -z$ అక్షంగానూ 4 వ్యాసార్థమున్న లంబవర్తుల స్థూపక సమీకరణం కనుక్కోండి.

(8)

[CB-BA228/CB-BS232]

(OR/లేదా)

b) Find the equation of the enveloping cylinder of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, whose generators parallel

to $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

$x^2 + y^2 + z^2 = 25$ గోళాన్ని స్పృశిస్తూ, జనకరేఖలు $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$

నకు సమాంతరంగా ఉన్న స్థిర స్థూపక సమీకరణం కనుక్కోండి.



2017-18

[Total No. of Printed Pages-6]

[CB-R-BA228/CB-R-BS232]

AT THE END OF SECOND SEMESTER DEGREE
EXAMINATIONS

MATHEMATICS - II - SOLID GEOMETRY

(COMMON FOR B.A, B.Sc)

(W.e.f. Admitted Batch 2016-2017)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

I. Answer any *Five* questions. (5×5=25)

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

1. Find the equations of the planes through the intersection of the planes $x+3y+6=0$, $3x-y-4z=0$ such that the perpendicular distance of each from the origin is unity.

$x+3y+6=0$ $3x-y-4z=0$ తలాల ఖండనరేఖ గుండా పోతూ మూలభిందువు నుంచి 1 యూనిట్ దూరములో ఉన్న తలాల సమీకరణములు కనుక్కోండి.

2. Find the equation of the line through the point (1,2,4) and parallel to the line $3x+2y-z=4$, $x-2y-2z=5$.

(1,2,4) బిందువు గుండా పోతూ $3x+2y-z=4$, $x-2y-2z=5$ రేఖకు సమాంతరంగా ఉన్న రేఖ సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

3. Show that the line $\frac{x-3}{3} = \frac{2-y}{4} = \frac{z+1}{1}$ intersects the line

16,000

[Turn over

(2) [CB-R-BA228/CB-R-BS232]

$2x+4y+3z+3=0$, $x+2y+3z=0$ in the point $(9,-6,1)$.

$$\frac{x-3}{3} = \frac{2-y}{4} = \frac{z+1}{1} \text{ అనే రేఖ } 2x+4y+3z+3=0, x+2y+3z$$

$=0$ రేఖను $(9,-6,1)$ అనే బిందువులో ఖండిస్తుందని చూపండి.

4. A plane passes through a fixed point (a,b,c) and intersects the axes in A,B,C . Show that the center of the sphere $OABC$

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$$

ఒక తలము (a,b,c) అనే స్థిరబిందువు గుండా పోతూ అక్షాల్ని వరుసగా

A,B,C ల వద్ద ఖండిస్తుంది. $OABC$ గోళకేంద్రము పై $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$

ఉంటుందని చూపండి.

5. Find the polar line of $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ w.r.to the sphere $x^2+y^2+z^2=16$.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ రేఖకు } x^2+y^2+z^2=16 \text{ గోళం దృష్ట్యా}$$

ధ్రువరేఖ కనుక్కోండి.

6. Show that the spheres $x^2+y^2+z^2+6y+2z+8=0$; $x^2+y^2+z^2+6x+8y+4z+20=0$ are orthogonal.

$x^2+y^2+z^2+6y+2z+8=0$; $x^2+y^2+z^2+6x+8y+4z+20=0$ అనే గోళాలు లంబంగా ఉంటాయని చూపండి. .

7. Find the equation of the quadric cone through the coordinate axes and three lines

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}, \frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \text{ and } \frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{1}$$

నిరూపక్షాల గుండా పోతూ

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}, \frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \text{ and } \frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{1} \text{ జనక రేఖలు గల}$$

శంఖు సమీకరణం కనుక్కోండి.

8. Find the condition that one plane $ux+vy+wz=0$ may touch the cone $ax^2+by^2+cz^2=0$.

$ux+vy+wz=0$ అను తలము $ax^2+by^2+cz^2=0$ శంఖువును స్పర్శించే నిబంధనను కనుక్కోండి.

SECTION - B

II. Answer ALL questions.

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

9. a) A variable plane is at a constant distance “p” from the origin and meets the axes in A,B,C. Show that the locus of the centroid of the tetrahedron OABC is $x^2+y^2+z^2=16p^2$.

ఒక చరతలము మూల బిందువు నుండి ఎల్లప్పుడూ “p” దూరంలో ఉండి నిరూపక్షాలని A,B,C ల వద్ద ఖండించుచున్నది. OABC చతుర్ముఖ కేంద్రాభానము యొక్క బిందు వధము $x^2+y^2+z^2=16p^2$ అని చూపుము.

[Turn over

(OR/లేదా)

- b) Find the equation to the plane through the line of intersection of $x-2y-z+3=0$, $-3x-5y+2z+1=0$ and perpendicular to yz plane.

$x-2y-z+3=0$, $-3x-5y+2z+1=0$ తలాల చేదన రేఖ గుండా పోతూ yz తలానికి లంబంగా ఉన్న తలానికి సమీకరణం కనుక్కోండి.

10. a) Show that the equation of the perpendicular from the point $(1,6,3)$ to the line

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3} \text{ are } x-1=0, \frac{y-6}{-3} = \frac{z-3}{2} \text{ and}$$

the foot of the perpendicular is $(1,3,5)$ and the length of the perpendicular is $\sqrt{13}$.

$$(1,6,3) \text{ బిందువు నుండి } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3} \text{ అనే రేఖకు గీచిన}$$

$$\text{లంబరేఖ యొక్క సమీకరణాలు } x-1=0, \frac{y-6}{-3} = \frac{z-3}{2} \text{ అని}$$

చూపండి. మరియు లంబపాదం $(1,3,5)$ అని లంబదూరం $\sqrt{13}$

అని చూపండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the length and equations of the line of S.D.

$$\text{between the lines } \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} \text{ and } x+y+2z-3=0 =$$

$$2x+3y+3z-4.$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} \text{ మరియు } x+y+2z-3 = 0 = 2x+3y+3z-4.$$

అను రేఖల మధ్య అల్పతమ దూర రేఖ పొడవును మరియు దాని సమీకరణములను కనుక్కోండి.

11. a) Show that the two circles $x^2+y^2+z^2 - y+2z = 0$; $x-y+z = 2$ and $x^2+y^2+z^2+x-3y+z-5 = 0$, $2x-y+4z-1 = 0$ line on the same sphere and its equation.

$x^2+y^2+z^2 - y+2z = 0$; $x-y+z = 2$ మరియు $x^2+y^2+z^2+x-3y+z-5 = 0$, $2x-y+4z-1 = 0$ అనే రెండు వృత్తాలు ఒకే గోళముపై ఉంటాయని చూపి దాని సమీకరణము కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the pole of the plane $x-y+5z-3 = 0$ w.r.to the sphere $x^2+y^2+z^2=9$.

$x^2+y^2+z^2=9$ అనే గోళము దృష్ట్యా $x-y+5z-3 = 0$ అను తలము యొక్క ధ్రువము కనుక్కోండి.

12. a) Find the equation of the sphere which touches the plane $3x+2y-z+2=0$ at $(1,-2,1)$ and cuts orthogonally the sphere $x^2+y^2+z^2-4x+6y+4 = 0$.

$x^2+y^2+z^2-4x+6y+4 = 0$. గోళాన్ని లంబంగా ఖండిస్తూ $(1,-2,1)$ వద్ద $3x+2y-z+2=0$ తలాన్ని స్పృశించే గోళము సమీకరణము కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the limiting points of the coaxial system of spheres of which two members are $x^2+y^2+z^2+3x-3y+6=0$; $x^2+y^2+z^2-6y-6z+6=0$.

$$x^2+y^2+z^2+3x-3y+6=0; x^2+y^2+z^2-6y-6z+6=0.$$

గోళాలతో నిర్దిష్టమయ్యే సహతల గోళసరణికి అవధి బిందువులు కనుక్కోండి.

13. a) Show that if a right circular cone has sets of three mutually perpendicular generators, its semivertical angle must be $\tan^{-1} \sqrt{2}$.

ఒక వర్తుల శంఖువునకు, మూడు పరస్పరం లంబంగా ఉండే జనకరేఖలుంటే దాని శీర్షార్థ కోణము $\tan^{-1} \sqrt{2}$ అవుతుంది అని చూపండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the plane which touches the cone $x^2+y^2-3z^2+2yz-5zx+3xy=0$. along the generator whose direction ratios are (1,1,1)

$x^2+y^2-3z^2+2yz-5zx+3xy=0$. అను శంఖువును (1,1,1) దిక్సంఖ్యలు కల జనకరేఖ వెంబడి స్పర్శించే తల సమీకరణమేది?



2018-19

[Total No. of Printed Pages-7]

[CB-R-BA228/CB-R-BS232]
AT THE END OF SECOND SEMESTER
DEGREE EXAMINATIONS
MATHEMATICS - II - SOLID GEOMETRY
(COMMON FOR B.A., B.Sc.)
(w.e.f. Admitted Batch 2016-2017)
(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any Five questions.

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(5×5=25)

1. Find the equation of the two planes which pass through $(0, 4, -3)$ and $(6, -4, 3)$ and which Cut off from the axes intercepts whose sum is zero.

$(0, 4, -3)$ మరియు $(6, -4, 3)$ బిందువుల గుండా పోతూ నిరూపకాక్షాల మీద చేసే అంతర ఖండాల మొత్తం సున్న అయ్యేటట్లున్న తలాల సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

2. Find the area of the triangle whose vertices are $(4, 3, 2)$, $(3, 0, 1)$ and $(2, -1, 3)$
 $(4, 3, 2)$, $(3, 0, 1)$, $(2, -1, 3)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యాన్ని కనుక్కోండి.

[Turn over

23000

3. Prove that the lines

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}; \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5} \quad \text{are}$$

coplanar and find the equation to the plane containing the lines.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}; \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5} \quad \text{రేఖలు}$$

సతలీయాలని చూపండి మరియు వీటి గుండా తలంను కనుక్కోండి.

4. Find the enveloping cone of the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0 \quad \text{with its vertex at } (1,1,1)$$

(1,1,1) వద్ద శీర్షము ఉండి. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ అను గోళమునకు, స్పర్శ శంఖువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

5. Prove that the equation

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$$

represents a cone if $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0 \quad \text{అను}$$

సమీకరణము ఒక శంఖువును సూచిస్తే $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$ అని

చూపండి.

6. Show that the plane $2x - 2y + z + 12 = 0$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ and find the point of contact.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ అనే గోళాన్ని
 $2x - 2y + z + 12 = 0$ తలము స్పృశిస్తుందని చూపి మరియు దాని
 స్పర్శ బిందువు కనుక్కోండి.

7. Find the equation of the right circular cylinder whose axis is $x - 2 = z, y = 0$ and passes through the point $(3, 0, 0)$

$(3, 0, 0)$ బిందువు గుండా పోతూ $x - 2 = z, y = 0$ రేఖ అక్షంగా
 గల లంబవర్తుల స్థూపక సమీకరణం కనుక్కోండి.

8. Find the equation $x^2 + y^2 = 16, z = 0$ to the cylinder

whose generators are parallel to $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$

$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ కి సమాంతరముగా ఉత్పాదకాలను గలిగి భూవక్రమును

$x^2 + y^2 = 16, z = 0$ గా గలిగిన స్థూపము సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

[Turn over

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer the following (One question from each unit)

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము. ప్రతి యూనిట్ నుండి ఒక దానిని ఎంచుకొని సమాధానములు వ్రాయుము.

Unit - I

9. a) Obtain the equation of the plane which passes through the point $(-1, 3, 2)$ and is perpendicular to each of the planes

$$x + 2y + 2z = 5, 3x + 2y + 2z = 8$$

$(-1, 3, 2)$ బిందువు గుండా పోతూ

$$x + 2y + 2z = 5, 3x + 2y + 2z = 8 \quad \text{తలములు,}$$

రెండింటికి లంబంగా ఉండే తలం సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) A variable plane is at a constant distance $3p$ from the origin and meets the axes in A, B, C. Then show that the locus of the centroid of the ΔABC is

$$x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = p^{-2}$$

ఒక చరతలము మూలబిందువు నుంచి ఎల్లప్పుడూ $3p$ దూరములో ఉంటూ నిరూపకాక్షాలను A, B, C ల వద్ద ఖండించుచున్నది ΔABC యొక్క కేంద్రబాసము యొక్క బిందు పథము $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = p^{-2}$ అని చూపండి.

Unit - II

10. a) Find the equation of the straight line passing through the point $(1,0,-1)$ and Intersecting the lines

$$4x - y - 13 = 0 = 3y - 4z - 1; y - 2z + 2 = 0 = x - 5$$

$(1,0,-1)$ బిందువు గుండా పోతూ

$$4x - y - 13 = 0 = 3y - 4z - 1; y - 2z + 2 = 0 = x - 5$$

రేఖలను ఖండించే రేఖ సమీకరణములను కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the length and equations to the line of shortest distance between the lines

$$\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}, 5x - 2y - 3z + 6 = 0 = x - 3y + 2z - 3$$

$$\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}, 5x - 2y - 3z + 6 = 0 = x - 3y + 2z - 3$$

రేఖల మధ్య అల్పతమ దూరాన్ని, అత్యల్ప దూర రేఖకు సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

Unit - III

11. a) Obtain the equations of the sphere which passes through the circle

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 3 = 0, 2x + y + z = 4$$

and touch the plane $3x + 4y = 14$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 3 = 0, 2x + y + z = 4$$

వృత్తం గుండా పోతూ, $3x + 4y = 14$ తలాన్ని స్పృశించే గోళం సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

[Turn over

(OR/లేదా)

- b) Show that the polar line of $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = z+3$ with respect to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ is the

$$\text{line } \frac{7x+3}{11} = \frac{2-7y}{5} = \frac{z}{-1}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ వృత్తం దృష్ట్యా}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = z+3 \text{ యొక్క దృవరేఖ}$$

$$\frac{7x+3}{11} = \frac{2-7y}{5} = \frac{z}{-1} \text{ రేఖ అని చూపండి.}$$

Unit - IV

12. a) Find the equations of the lines in which the plane $2x + y - z = 0$ intersects the cone $4x^2 - y^2 + 3z^2 = 0$. Also find the acute angle between these lines.

$$2x + y - z = 0 \quad \text{తలం} \quad 4x^2 - y^2 + 3z^2 = 0$$

శంఖువును ఖండించే సరళరేఖలను, వాటి మధ్య అల్పకోణాన్ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) State and prove a necessary and sufficient condition for a cone to admit a set of 3 mutually perpendicular generators.

ఒక శంఖువు మూడు పరస్పరం లంబంగా ఉండే ఉత్పాదకాల సమితిని అనుమతించడానికి ఒక అవశ్యక పర్యాప్తనియమాన్ని ప్రవచించి, దానిని నిరూపించండి.

Unit - V

13. a) Find the equation of the right circular cone whose vertex is $(1, -2, -1)$ axis the line $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{5}$ and semi-vertical angle 60° .

$(1, -2, -1)$ ని శీర్షముగా గలిగి, $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{5}$

రేఖను అక్షముగా గలిగి మరియు శీర్షార్థకోణము 60° గా కలిగిన లంబవర్తుల శంఖువు యొక్క సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the equation of the right circular cylinder of radius 5 unit and having its axis the line

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}y = \frac{1}{6}z$$

5 యూనిట్ల వ్యాసార్థమును కలిగి $\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}y = \frac{1}{6}z$ రేఖను అక్షముగా కలిగిన లంబవర్తుల స్థూపము యొక్క సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

Out of 54/100/100

Supplementary
2020-Sept

[CB-R-BA228/CB-R-BS232]

AT THE END OF SECOND SEMESTER -
(CBCS PATTERN)

MATHEMATICS – II-SOLID GEOMETRY

(COMMON FOR B.A.,B.Sc.)

(w.e.f. Admitted Batch 2016-2017)

Time: 3 Hours

Maximum: 75 marks

SECTION A — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

1. Find the equation of the plane passing through the points $(2, 2, 1)$, $(9, 3, 6)$ and perpendicular to the plane $2x + 6y + 6z = 9$.

$(2, 2, 1)$ మరియు $(9, 3, 6)$ బిందువుల గుండా పోతూ $2x + 6y + 6z = 9$ తలమునకు లంబంగా వుండే తలానికి సమీకరణం కనుక్కోండి.

2. Find the equation of the bisecting plane bisecting the acute angle between the planes $3x - 2y + 6z + 2 = 0$, $2x - y + 2z + 2 = 0$.

$3x - 2y + 6z + 2 = 0$, $2x - y + 2z + 2 = 0$ తలముల మధ్యగల అల్పకోణమును సమద్విఖండన చేయు తలం యొక్క సమీకరణం కనుక్కోండి.

3. Find the image of the point $(1, 3, 4)$ in the plane $2x - y + z + 3 = 0$.

$(1, 3, 4)$ బిందువు యొక్క ప్రతిబింబము $2x - y + z + 3 = 0$ యొక్క తలములో కనుగొనుము.

4. Find the equation of the plane which contains the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ and is perpendicular to the plane $x + 2y + z = 12$.

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ రేఖను కలిగియుండి $x + 2y + z = 12$

తలమునకు లంబంగా వుండే తలం యొక్క సమీకరణం కనుక్కోండి.

5. Find the equation of the sphere through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $2x + 3y + 4z = 5$ and the point $(1, 2, 3)$. Also find its centre and radius.

వృత్తము $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $2x + 3y + 4z = 5$ మరియు బిందువు $(1, 2, 3)$ ల గుండా పోయే గోళం సమీకరణం కనుగొని దాని కేంద్రం మరియు వ్యాసార్థం కనుగొనుము.

6. Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ and $x^2 + y^2 + z^2 - 24x - 40y - 18z + 25 = 0$ touch externally and find their point of contact.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 25, \quad x^2 + y^2 + z^2 - 24x - 40y - 18z + 25 = 0$$

గోళాల బాహ్యంగా స్పృశించుకొంటాయని చూపి స్పర్శ బిందువును కనుక్కోండి.

7. Find the equation of the cone which passes through the three co-ordinate axes and the lines

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3} \quad \text{and} \quad \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3} \quad \text{మరియు} \quad \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \quad \text{రేఖల గుండా మరియు}$$

నిరూపకాంక్షముల గుండా పోయే శంఖువు సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

8. Find the equation to the cylinder whose generators are parallel to $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and which passes through the curve $x^2 + y^2 = 16, z = 0$.

$$\text{ఉత్పాదకాలకు} \quad \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \quad \text{కి} \quad \text{సమాంతరంగా ఉత్పాదకాలు}$$

కలిగి భూవక్రము $x^2 + y^2 = 16, z = 0$ గుండా పోయే స్థూపము సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

SECTION B — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL questions.

9. (a) Find the equation of the plane through (4, 4, 0) and perpendicular to the planes $x + 2y + 2z = 5$ and $3x + 3y + 2z - 8 = 0$.

(4, 4, 0) బిందువు గుండా పోతూ $x + 2y + 2z = 5$,
 $3x + 3y + 2z - 8 = 0$ తలములు రెండింటికీ లంబంగా
వుండే తలం సమీకరణం కనుక్కోండి.

Or

- (b) Find the equation of the plane passing through the intersection of the planes $x + 2y + 3z = 4$, $2x + y - z + 5 = 0$ and perpendicular to the plane $5x + 3y + 6z + 8 = 0$.

$5x + 3y + 6z + 8 = 0$ తలమునకు లంబంగా వుంటూ
 $x + 2y + 3z = 4$, $2x + y - z + 5 = 0$ తలముల చేదన
రేఖను కలిగి వుండే తలం సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

10. (a) Show that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$, $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ are coplanar. Also find their point of intersection and the plane containing the lines.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}, \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$$

రేఖలు ఒకే తలముపై వుండునని చూపి ఆ తల సమీకరణము మరియు వాటి ఖండన బిందువు కనుగొనుము.

Or

- (b) Find the shortest distance and the equations of shortest distance between the lines

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}; \quad \frac{z+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

రేఖలు $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}; \frac{z+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ ల

మధ్య కనిష్ఠ దూరము మరియు దాని సమీకరణము కనుగొనుము.

11. (a) Show that the two circles $x^2+y^2+z^2-y+2z=0$,
 $x-y+z-2=0$; $x^2+y^2+z^2+x-3y+z-5=0$,
 $2x-y+4z-1=0$ lie on the same sphere and
find its equation.

రెండు వృత్తాలు $x^2+y^2+z^2-y+2z=0$,

$x-y+z-2=0$; $x^2+y^2+z^2+x-3y+z-5=0$,

$2x-y+4z-1=0$ లు ఒకే గోళం పై వుండునని చూపి

దాని సమీకరణము కనుగొనుము.

Or

- (b) Show that the plane $2x-2y+z+12=0$
touches the sphere $x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-3=0$ and find the point of contact.

$2x-2y+z+12=0$ తలం $x^2+y^2+z^2-2x-4y+$

$2z-3=0$ గోళమును స్పృశించునని చూపి స్పర్శ

బిందువును కనుగొనుము.

12. (a) Find the vertex of the cone $7x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 10xz + 10xy + 26x - 2y + 2z - 17 = 0$

శంఖు $7x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 10xz + 10xy + 26x - 2y + 2z - 17 = 0$ యొక్క శీర్షము కనుగొనుము.

Or

- (b) Find the equation of the reciprocal cone to the cone $3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 2yz + 4xz + 6xy = 0$.

శంఖు $3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 2yz + 4xz + 6xy = 0$

యొక్క రెసిప్రొకల్ శంఖు సమీకరణం కనుగొనుము.

13. (a) Find the equation of the right circular cylinder whose guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$.

భూ వక్రం $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$ గా

కలిగిన లంబవర్తుల స్థాపం యొక్క సమీకరణం కనుగొనుము.

Or

- (b) Find the equation to the right circular cylinder whose axis is $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$ and radius 2.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ రేఖను అక్షముగా కలిగి 2 వ్యాసార్థం}$$

గల లంబవర్తుల స్థూపం సమీకరణం కనుగొనుము.

SUNY
2020-2021

[Total No. of Printed Pages-7]

[CB-BA228/CB-BS232]

AT THE END OF SECOND SEMESTER (CBCS PATTERN)

DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - II - SOLID GEOMETRY

(Common for B.A. B.Sc.)

(W.e.f. Admitted Batch 2015-2016)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Note : This paper consists of Two parts. Follow the instructions carefully.

SECTION - A

సెక్షన్ - ఎ

Answer any Five questions each question carries Five marks. (5×5=25)

ఏవైనా ఐదంటికి సమాధానం వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. Find the equation to the plane through the line of intersection of $x - y + 3z + 5 = 0$ and $2x + y - 2z + 6 = 0$ and passing through $(-3, 1, 1)$.

$x - y + 3z + 5 = 0$ మరియు $2x + y - 2z + 6 = 0$ తలాల ఖండన రేఖ గుండాపోతూ $(-3, 1, 1)$ బిందువు గుండా పోయే తలానికి సమీకరణం కనుక్కోండి.

2. Find the point of intersection of the lines.

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{2} \text{ and } \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{-5}$$

రేఖల ఖండన బిందువును కనుక్కోండి.

2000

[Turn over]

3. Find the equation to the plane containing the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ and is perpendicular to the plane $x+2y+z-12=0$.

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ అనే నరళ రేఖను కలిగి ఉండి $x+2y+z-12=0$ అనే తలమునకు లంబంగా ఉండే తలము సమీకరణము కనుక్కోండి.

4. Find the equation of the sphere through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $2x + 3y + 4z = 5$ and the point $(1,2,3)$.

$x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $2x + 3y + 4z = 5$ వృత్తము గుండా మరియు $(1,2,3)$ బిందువు గుండా పోయే గోళము సమీకరణము కనుక్కోండి.

5. Find the Pole of the plane $x+2y+3z=7$ with respect to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 11 = 0$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 11 = 0$ గోళం దృష్ట్యా $x+2y+3z-7=0$ తలము యొక్క ద్రువము కనుక్కోండి.

6. Show that the general equation of the cone of the second degree which passes through the coordinate axes is $fyx + gzx + hxy = 0$.

నిరూపకాక్షాల గుండా పోయే శంఖువు యొక్క రెండవ పరిమాణ సమీకరణము $fyx + gzx + hxy = 0$ అని చూపండి.

7. Find the enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ with its vertex at $(1,1,1)$.

$(1,1,1)$ వద్ద శీర్షము ఉండి, $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ అను గోళమునకు, స్పర్శ శంఖువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

8. Find the equation of the cylinder whose generators are parallel the line $\frac{x}{1} = \frac{-y}{2} = \frac{z}{3}$ and whose base curve is $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$.

జనక రేఖలు $\frac{x}{1} = \frac{-y}{2} = \frac{z}{3}$ నకు సమాంతరంగాను భూ వక్రము $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$ గాను గల స్థూపక సమీకరణం కనుక్కోండి.

[Turn over

SECTION - B

సెక్షన్ - బి

Answer **all** the questions. Each question carries **10** marks. (5×10=50)

క్రింది ప్రశ్నలన్నింటికి సమాధానము వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు.

9. a) Find the equations of the planes bisecting the acute angle between the planes $2x - y + 2z + 3 = 0$, $3x - 2y + 6z + 8 = 0$.

$2x - y + 2z + 3 = 0$, $3x - 2y + 6z + 8 = 0$ తలాల మధ్యగల లఘు కోణము యొక్క సమద్విఖండన తలమును కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Show that the equation $12x^2 - 2y^2 + 6z^2 + 7yz + 6zx - 2xy = 0$ represents pair of planes and find the angles between them.

$12x^2 - 2y^2 + 6z^2 + 7yz + 6zx - 2xy = 0$ సమీకరణము ఒక తలముగ్గాన్ని సూచిస్తుందని చూపి వాటి మధ్య కోణమును కనుక్కోండి.

10. a) Prove that the lines $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{3}$ and $x+2y+3z-8=0 = 2x+3y+4z-11$ are intersecting and find the point of their intersection. Find the equation to the plane containing them.

$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{3}$ మరియు $x+2y+3z-8=0$
 $= 2x+3y+4z-11$ అనురేఖలు ఖండించుకుంటాయని
 ఋజువుచేయండి మరియు ఖండన బిందువును కనుక్కోండి యింకా
 ఆరేఖలను కలిగిన తలాన్ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the length and equations to the line of S.D between the lines $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{2}$;

$$\frac{x-4}{4} = \frac{y-5}{5} = \frac{z-2}{3}$$

రేఖల మధ్య అల్పతమ దూరము, అల్పతమ దూర రేఖకు సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

[Turn over

11. a) Find the equation of the sphere which touches the plane $3x+2y-z+2=0$ at $(1,-2,1)$ and cuts orthogonally the sphere $x^2+y^2+z^2-4x+6y+4=0$.

$x^2+y^2+z^2-4x+6y+4=0$ గోళాన్ని లంబంగా ఖండిస్తూ $(1,-2,1)$ వద్ద $3x+2y-z+2=0$ తలాన్ని స్పృశించే గోళము సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the limiting points of the coaxial system defined by the spheres

$$x^2+y^2+z^2+4x+2y+2z+6=0;$$

$$x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+6=0.$$

సమీకరణాలు సూచించే గోళాలతో నిర్దిష్టమయ్యే సహతల గోళ సరణి అవధి బిందువులు కనుక్కోండి.

12. a) Prove that if the angle between the lines of the intersection of the plane $x+y+z=0$ and the cone

$$ayz+bzx+cxy=0 \text{ is } \frac{\pi}{2} \text{ then } a+b+c=0.$$

$x+y+z=0$ అను తలము $ayz+bzx+cxy=0$ అను శంఖువు

ను ఖండించే రేఖాయుగ్మ మధ్య కోణము $\frac{\pi}{2}$ అయితే $a+b+c=0$

అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the vertex of the Cone

$$7x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 10zx + 10xy + 26x - 2y + 2z - 17 = 0$$

అను శంఖువునకు శీర్షమును కనుక్కోండి.

13. a) Find the equation to the right circular cylinder whose guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$.

భూ వక్రము $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$ కలిగిన లంబవర్తుల స్తూపకము యొక్క సమీకరణము కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

- b) Find the equation to the enveloping cylinder of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 1 = 0$ having its generators parallel to $x = y = z$.

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 1 = 0$ గోళాన్ని స్పృశిస్తూ, జనక రేఖలు $x = y = z$ నకు సమాంతరంగా ఉన్న స్పర్శ స్తూపక సమీకరణము కనుక్కోండి.

2021-22

[Total No. of Printed Pages-7]

[21-BA228/21-BS232]

AT THE END OF SECOND SEMESTER (CBCS PATTERN)

DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-II-THREE DIMENSIONAL
ANALYTICAL SOLID GEOMETRY

(COMMON FOR B.A, B.Sc)

UG PROGRAM (4 YEARS HONORS)

(w.e.f. Admitted Batch 2020-21)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

- I. Answer any Five of the following questions. Each question carries Five marks. (5×5=25)

క్రింది వానిలో ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు ఐదు మార్కులు.

1. Find the equation of the plane through the point $(-1, 3, 2)$ and perpendicular to the planes $x + 2y + 2z = 5$ and $3x + 3y + 2z = 8$.

$(-1, 3, 2)$ బిందువు గుండా పోతూ $x + 2y + 2z = 5$ మరియు $3x + 3y + 2z = 8$ తలలకు లంబంగా ఉన్న తలం సమీకరణము కనుగొనుము.

2. A variable plane passes through a fixed point (a,b,c) . It meets the axes of reference in A, B and C . Show that the locus of the point of intersection of the planes through A, B, C and parallel to the coordinate planes is

$$ax^{-1} + by^{-1} + cz^{-1} = 1$$

ఒక చర తలము (a,b,c) అనే స్థిర బిందువు గుండా పోతున్నది. ఆ తలము నిరూపకాక్షాలను A, B, C లవద్ద ఖండించుచున్నది. నిరూపక తలాలకు సమాంతరంగాను A, B, C బిందువుల గుండా పోవు తలాల ఖండన బిందువు బిందు పథము $ax^{-1} + by^{-1} + cz^{-1} = 1$ అని చూపండి.

3. Find the equation of the plane through $(3,1,-1)$ and perpendicular to the line of intersection of the planes $3x+4y+7z+4=0, x-y+2z+3=0$.

$3x+4y+7z+4=0, x-y+2z+3=0$. తలాల చేదన రేఖకు లంబంగా ఉంటూ $(3,1,-1)$ బిందువు గుండా పోయే తలము సమీకరణం కనుక్కోండి.

4. Find the equation to the line through the origin and intersecting the lines $2x-3y+4z+1=0=3x+2y+4z-5,$
 $2x-4y+z+6=0=3x-4y+z-3$.

$$2x-3y+4z+1=0=3x+2y+4z-5, 2x-4y+z+6=0=3x-4y+z-3$$

అనే రేఖలను ఖండిస్తూ, మూల బిందువు ద్వారా పోయే రేఖకు సమీకరణం కనుక్కోండి.

5. A sphere of constant radius k passes through the origin and intersects the axes in A, B, C . Prove that the centroid of the ΔABC lies on the sphere $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$

k స్థిర వ్యాసార్థముగాగల ఒక గోళము మూలబిందువు గుండా పోతూ అక్షాలను A, B, C ల వద్ద ఖండిస్తున్నది ΔABC కేంద్రాభానము $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$ గోళముపైన ఉంటుందని చూపండి.

6. Find the equation of the sphere through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 9, 2x + 3y + 4z = 5$ and the point $(1, 2, 3)$.

$x^2 + y^2 + z^2 = 9, 2x + 3y + 4z = 5$ అనే వృత్తం గుండా మరియు $(1, 2, 3)$ బిందువు గుండా పోయే గోళం సమీకరణం కనుక్కోండి.

7. Find the enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ with its vertex at $(1, 1, 1)$.

$(1, 1, 1)$ వద్ద శీర్షం ఉండి, $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ అను గోళమునకు, స్పర్శ శంఖువు సమీకరణమును కనుక్కోండి.

8. Show that the two lines of intersection of the plane $ax + by + cz = 0$ with the cone $yz + zx + xy = 0$ will be perpendicular if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

$ax + by + cz = 0$ అనుతలము $yz + zx + xy = 0$ అనుతలమును రెండు రేఖల వద్ద ఖండిస్తే, ఆ రేఖలు లంబంగా ఉండడానికి నియమము $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

[Turn over

SECTION - B

Answer All questions. Each question carries Ten marks.

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు పది మార్కులు.

9. a) Find the bisector of the acute angle between the planes $2x - y + 2z + 3 = 0$ and $3x - 2y + 6z + 8 = 0$.

$2x - y + 2z + 3 = 0$ మరియు $3x - 2y + 6z + 8 = 0$ తలముల మధ్యగల లఘు కోణాన్ని సమద్విఖండన చేసే తలం సమీకరణం కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Show that the equation

$12x^2 - 2y^2 - 6z^2 + 7yz + 6zx - 2xy = 0$ represent pairs of planes. Also find the angle between them.

$12x^2 - 2y^2 - 6z^2 + 7yz + 6zx - 2xy = 0$ సమీకరణము రెండు తలాలను సూచించునని చూపుము మరియు వాటి మధ్య కోణమును కనుక్కోండి.

10. a) Prove that the lines $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{3}$ and

$x + 2y + 3z - 8 = 0 = 2x + 3y + 4z - 11$ are intersecting and find the point of their intersection Find also the equation to the plane containing them.

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{3} \text{ మరియు}$$

$$x + 2y + 3z - 8 = 0 = 2x + 3y + 4z - 11$$

అను రేఖలు ఖండించుకుంటాయని ఋజువు చేయండి. మరియు ఖండన బిందువును కనుక్కోండి ఇంకా ఆరేఖలను కల్గి ఉన్న తలాన్ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the length and equations of the shortest distance between the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$$

అనురేఖల మధ్య అల్పతమ దూరాన్ని కనుక్కోండి. ఇంకా అల్పతమరేఖ సమీకరణములను కనుక్కోండి.

11. a) Show that the plane $2x - 2y + z + 12 = 0$ touches the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0 \text{ and find the point of contact.}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0 \text{ అనే గోళాన్ని}$$

$2x - 2y + z + 12 = 0$ తలము స్పృశిస్తుంది అని చూపి మరియు దాని స్పృష్ట బిందువు కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

[Turn over

b) Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 - 25 = 0$,

$$x^2 + y^2 + z^2 - 24x - 40y - 18z + 225 = 0$$

touch externally at the point $\left(\frac{12}{5}, 4, \frac{9}{5}\right)$.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 25 = 0,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 24x - 40y - 18z + 225 = 0$$

అనే గోళాలు $\left(\frac{12}{5}, 4, \frac{9}{5}\right)$ వద్ద బాహ్యంగా స్పృశించుకొంటాయని చూపండి.

12. a) Find the limiting points of the coaxial system of spheres of which two members are

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 6 = 0;$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 6 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 6 = 0;$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 6 = 0$$

గోళాలతో నిర్దిష్ట మయ్యే సహతల గోళ సరణికి అవధి బిందువులు కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) Find the equation of the cone with vertex at $(-1, 1, 2)$ guiding curves $3x^2 - y^2 = 1, z = 0$.

$$\text{శీర్షం } (-1, 1, 2) \text{ మరియు భూ వక్రము } 3x^2 - y^2 = 1, z = 0$$

గానుకల శంఖువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

13. a) Find the equation of the right circular cone whose vertex is $p(2,-3,5)$, axis PQ which makes equal angles with the axes and semi-vertical angle 30° .

$(2,-3,5)$ శీర్షము గానూ, 30° శీర్షార్థ కోణమును కలిగి ఉన్న శంఖువు యొక్క అక్షము PQ నిరూపకాక్షాలతో సమాన కోణము చేస్తే, ఆశంఖువు యొక్క సమీకరణము కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Prove that the perpendiculars drawn from the origin to tangent planes to the

$2x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 2yz + 4zx + 6xy = 0$ lie on the cone

$$11x^2 + 4y^2 - 3z^2 + 8yz - 6zx - 20xy = 0$$

మూలబిందువు నుండి

$$2x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 2yz + 4zx + 6xy = 0 \text{ అను}$$

శంఖువు యొక్క స్పర్శ తలములక గీసిన అభిలంబ రేఖలు

$$11x^2 + 4y^2 - 3z^2 + 8yz - 6zx - 20xy = 0 \text{ అను}$$

శంఖువు పై ఉంటుందని చూపండి.